

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. АЛЬ-ФАРАБИ

Согласовано
Генеральный директор
Институт математики и
математического моделирования

«_____» _____ 2020 г.

Утверждено на заседании
Академического комитета
КазНУ им. аль-Фараби
протокол № _____
от «_____» _____ 2020 г.

Проректор по учебной работе
Хикметов А.К. _____

ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ PhD ДОКТОРАНТУРУ
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ «8D05404 – ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

АЛМАТЫ 2020

Программа составлена в соответствии с Государственным общеобразовательным стандартом по специальности «8D05404-Фундаментальная и прикладная математика». Программу разработали д.ф.-м.н., профессор Б.Е. Кангужин, д.ф.-м.н., профессор С.А.Бадаев, д.ф.-м.н. М.Б.Сихов, д.ф.-м.н., профессор М.К.Дауылбаев, к.ф.-м.н., профессор Н.Аканбай к.ф.-м.н., доцент Ж.Нурпеис, к.ф.-м.н., и.о. доцента Х. Хомпыш, к.ф.-м.н., и.о. доцента У.Р.Кушербаева.

Программа рассмотрена на заседании кафедры фундаментальной математики, дифференциальных уравнений и теории управления.

Протокол № __ от _____ 2020 г.

Зав.кафедрой ФМ д.ф.-м.н., проф. _____ М.Б.Сихов

Зав.кафедрой ДУ и ТУ к.ф.-м.н.. _____ Х.Хомпыш

Одобрена на заседании методбюро механико-математического факультета

Протокол № _____ от _____ 2020 г.

Председатель методбюро _____ У.Р.Кушербаева

Утверждена на заседании Ученого совета

Протокол № __ от _____ 2020 г.

Председатель Ученого совета,

декан факультета PhD _____ Д.Б.Жакебаев

Ученый секретарь _____ В.А.Мамаева

Содержание

1. Цели и задачи вступительного экзамена в PhD по специальности «8D05404-Фундаментальная и прикладная математики»

Вступительный экзамен в PhD по специальности «8D05404 – Фундаментальная и прикладная математика» преследует цель - выявление уровня знаний по математике в объеме магистерской программы классического университета достаточной для квалифицированной разработки фундаментальных теоретических исследований с целью получения новых результатов в области современной математики. Для достижения указанной цели вступительного экзамена ставятся следующие задачи:

- оценить уровень знаний в области линейной и общей алгебры;
- оценить уровень знаний в области математического и функционального анализа;
- оценить уровень знаний в области аналитической и дифференциальной геометрии;
- оценить уровень знаний по обыкновенным дифференциальным уравнениям и уравнениям математической физики;
- оценить уровень знаний по теории вероятностей и математической статистике;
- оценить уровень знаний по теории функции действительного и комплексного переменного;
- оценить уровень знаний по вариационному исчислению и методам оптимизации;
- оценить уровень знаний по численным методам алгебры, анализа дифференциальных и интегральных уравнений;
- оценить уровень знаний в области дискретной математики.

Форма приема экзамена – письменно.

2. Требования к уровню подготовки лиц поступающих в докторантуру PhD

К вступительному экзамену в PhD докторантуру по специальности «8D05404 – Фундаментальная и прикладная математика» допускаются специалисты, имеющие академическую степень магистра по математике или ученую степень не ниже кандидата физико-математических наук по специальности – математика. Поступающий должен владеть материалом по программе магистратуры по специальности «8D05404 – Фундаментальная и прикладная математика», иметь склонность к творческой научной деятельности в области математики, а также иметь научно-методологические навыки и умения:

- формулировать проблему, цель и задачи исследования;
- выбирать адекватные задачам методы исследования;
- вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий;

- анализировать собранную информацию и объяснять полученные результаты;
- представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с современными требованиями.

3. Пререквизиты образовательной программы: Основы алгебры, Аналитическая геометрия, Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Теории вероятностей и математическая статистика, Дискретная математика.

4. Перечень экзаменационных тем

«Математический анализ»

1. Числовые последовательности. Верхний и нижний пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса и критерий Коши для числовых последовательностей.
2. Предел функций, непрерывность и равномерная непрерывность функций. Теорема Вейерштрасса о равномерно непрерывной на замкнутом отрезке функций.
3. Производная и дифференциал функции одной переменной. Связь между ними. Инвариантность формы первого дифференциала.
4. Понятие обратной функции и постановка вопроса. Доказать простейший вариант теоремы существования обратной функции. Дифференцирование обратной функции одной переменной, производные обратных тригонометрических функций.
5. Функция многих переменных. Кратный и повторный пределы. Связь между ними. Частные производные. Дифференциал функций многих переменных. Дифференцируемость функций многих переменных. Дифференцирование сложной функции многих переменных.
6. Понятие неявной функции и постановка вопроса. Общая теорема о неявной и обратной функций.
7. Якобиан. Замена переменных в кратном интеграле. Формула Грина для двукратного интеграла.
8. Поверхностные интегралы. Основные теоремы интегрального исчисления.

«Функциональный анализ»

9. Метрическое, линейное нормированное, банахово и гильбертово пространства. Примеры метрического, нормированного, банахова и гильбертова пространств.
10. Последовательности и свойства сходящихся последовательностей в метрических и линейных нормированных пространствах.

11. Непрерывные отображения в метрическом пространстве. Непрерывность и компактность в метрических пространствах. Принцип сжимающих отображений в метрическом пространстве.
12. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса.
13. Измеримые множества и их свойства. Измеримые функции и их свойства.
14. Интеграл Лебега. Различие между интегралами Лебега и Римана. Пространства $L_p(\Omega)$ и их свойства.
15. Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах. Ограниченные операторы, неограниченные операторы, замкнутые операторы. Норма оператора.

«Теория вероятностей и стохастический анализ»

16. Общее вероятностное пространство. Классическое и геометрическое определение вероятностей. Условная вероятность. Формула произведения вероятностей. Независимые события, независимые испытания. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
17. Случайные величины. Законы распределения случайных величин. Математическое ожидание случайных величин. Дисперсия. Повторные независимые испытания. Формулы Бернулли.
18. Общее определение случайного процесса и конечномерные распределения случайного процесса.
19. Винеровский процесс. Конечномерные распределения винеровского процесса и одно характеризационное свойство винеровского процесса.
20. Корреляционная функция случайного процесса. Свойства.

«Алгебраические структуры»

21. Понятия алгебраической структуры. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебраических структур. Группа автоморфизмов алгебраической структуры. Примеры.
22. Полугруппы. Моноиды. Обратимые элементы. Группы. Циклические группы.
23. Изоморфизмы. Теорема Кэли. Гомоморфизмы. Ядро и образ гомоморфизма. Связь с нормальными подгруппами.
24. Смежные классы. Индексы. Теорема Лагранжа и ее следствия.
25. Кольцо. Делители нуля. Сравнения. Кольцо классов вычетов. Гомоморфизмы колец.
26. Поле. Характеристика поля. Конечные поля. Построение поля Галуа.
27. Отношения. Отношения эквивалентности, свойства классов эквивалентности. Отношение частичного порядка. Линейный порядок.
28. Принцип Дирихле. Формула включения и исключения. Число элементов в декартовом произведении конечного числа конечных множеств.

«Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики»

29. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных систем уравнений первого порядка.
30. Однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение n -го порядка с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Неоднородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Системы однородных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, свойства решений. Формула Остроградского-Лиувилля.
31. Постановка краевых задач для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Задача Штурма-Лиувилля. Существование собственных значений краевых задач для линейного обыкновенного дифференциального уравнения.
32. Определение функции Грина для задачи Штурма-Лиувилля и ее существование. Решение краевых задач для обыкновенного дифференциального уравнения с помощью функции Грина.
33. Неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных (Метод Лагранжа).
34. Задача Дирихле для уравнения Пуассона.
35. Задача Коши для уравнения параболического типа. Фундаментальное решение оператора теплопроводности.
36. Задача Коши для уравнения гиперболического типа. Понятие характеристики для уравнения гиперболического типа. Метод продолжения.
37. Постановка и основные методы решения краевых задач для уравнения эллиптического типа. Пример Адамара о некорректности задачи Коши для уравнения Лапласа.
38. Метод разделения переменных. Общая схема метода Фурье. Задача на собственные значения и собственные функции для оператора Штурма-Лиувилля.
39. Метод Фурье для решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов.
40. Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя.
41. Задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа и Пуассона. Функция Грина для задачи Дирихле, её свойства. Решение краевой задачи для уравнения Пуассона с помощью функции Грина.

5. Список рекомендуемой литературы

Основная литература:

«Математический анализ»

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Часть I. М.: «Наука» 1982.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г.. Основы математического анализа. Часть II. М.: «Наука» 1980.
3. Темиргалиев Н.Т., Математикалық анализ, т. I-III, 1987,1991 ж.ж.
4. Ибрашев Х.И., Еркеғұлов Ш.Т. Математикалық анализ курсы. Алматы. Мектеп, Т.1,2. 1963-1970.
5. Зорич В.А., Математический анализ, Часть I, 2017
6. Зорич В.А., Математический анализ, Часть II, 2017

«Функциональный анализ»

7. Наурызбаев Қ.Ж., Нақты анализ, Алматы, “Қазақ университеті”, 2004.
8. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. М.: Физматлит. - 2009.
9. Блиев Н.Қ. Функционалдық анализдің қысқаша курсы, “Қазақ университеті”, 2014.
10. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа.- М.: “Высшая школа”, 1982
11. Треногин В.А. Функциональный анализ.- М.: Наука, 1967.

«Теория вероятностей и математическая статистика»

12. Ширяев А.Н. Вероятность I – М.: МЦНМО, 2011
13. Ширяев А.Н. Вероятность II – М.: МЦНМО, 2011
14. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей и математическая статистика. М.: «ЮНИТИ», 2006.
15. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов - М.: Физматлит.- 2005.
16. Ақанбай Н. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика I – Алматы.: “Қазақ университеті”, 2017
17. Ақанбай Н. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика I – Алматы.: “Қазақ университеті”, 2017
18. Ақанбай Н. Ықтималдықтар теориясының есептері мен жаттығуларының жинағы, I бөлім – Алматы,: “ Қазақ университеті”, 2014
19. Ақанбай Н. Ықтималдықтар теориясының есептері мен жаттығуларының жинағы, II бөлім – Алматы,: “ Қазақ университеті”, 2014

20. Geoffrey R. Grimmet., David R. Stirzaker. Probability and random processes. - Oxford university press. - 2006.
21. Markus L., Rosen J. Markov processes, Gaussian processes and Local Times. - Cambridge: Cambridge University Press. - 2008.
22. Jaynes E.T. Probability theory: the logic of Science. - Cambridge university presse. - 2003.
23. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах: сборник задач. - М.: Физматлит. -2002

«Алгебраические структуры»

24. Бадаев С.А.. Сзықтық алгебра және аналитикалық геометрия. Том 2: Сзықтық алгебра. Алматы: «Издательство ЛЕМ» ЖШС, 2014. 416 бет.
25. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: «Наука» 1984. 294 С.
26. Кострикин А.И.. Введение в алгебру. Часть I. (Основы алгебры). М.: Физматлит, 2001. 254 С.
27. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть III. (Основные структуры). М.: Физматлит, 2001. 271 С.
28. Isaiah Lankham, Bruno Nachtergaele, Anne Schilling. Linear Algebra As an Introduction to Abstract Mathematics. Copyright c 2007 by the authors.

«Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики»

29. Сүлейменов Ж. Дифференциалдық теңдеулер курсы, Оқулық. -Алматы, «Қазақ университеті», 2009.
30. Қадыкенов Б.М. Дифференциалдық теңдеулердің есептері мен жаттығулары. - Алматы, «Қазақ университеті», 2002.
31. Матвеев Н.М.. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений» 4-е изд. Минск: «Высшая школа». 1974.
32. Эльсгольц Л.Э.. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.- М.: Наука. 1969.
33. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений - М., Наука, 1970.
34. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. -М.: Наука, 1974.
35. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями. - М.: УРСС, 2005.
36. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.— М.: Наука, 1983.
37. Тоқыбетов Ж.А., Хайруллин Е.М. Математикалық физика теңдеулері, оқулық. - Астана, Астана полиграфия, 2010.

Дополнительная литература:

1. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. - М.:Наука,1984.

2. Иосида К., Функциональный анализ. - М.: "Мир", 1967.
3. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. - М.: Наука, 1984.
4. Садовничий В.А. Теория операторов. -М. "Высшая школа", 2004.
5. Натансон И.П., Теория функций вещественной переменной, М.: «Лань», 2008.
6. Севастьянов Б.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Изд. 3. - М.: «Наука», 2019.,
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: «ЮНИТИ», 2006.
8. Чжун К., Уильямс Р. Введение в стохастическое интегрирование. - М.: Мир.- 2002.
9. Коршунов Д.А., Фосс С.Г., Эйсымон И.М. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей и случайным процессам. -СПб.: "Лань", 2004.
10. Ақанбай Н. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика курсы I – Алматы.: “Қазақ университеті”, 2011
11. Ақанбай Н. Математикалық статистика – Алматы.: “Қазақ университеті”, 2011
12. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: Учебник для вузов. 2-е изд. - М.: Физматлит, 2003.
13. Хомпыш Х. Математикалық физика тендеулері. Оқу құралы. -Алматы: Қазақ университеті, 2017.
14. Краснов, М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения М.: УРСС, 2002.
15. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения :Изд. 3-е, стер.- СПб.: Лань, 2003.
16. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям :Изд. 2-е.- М.: Изд-во ЛКИ, 2008.- 235 с.
17. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Линейная алгебра. М.: «Наука» 1984. 294 С.
18. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Аналитическая геометрия. М.: «Наука» 1971. 232 С.

6. Шкала оценки знаний

Оценка по буквенной системе	Цифровой эквивалент баллов	%-ное содержание	Оценка по традиционной системе
А	4,0	95-100	Отлично
А-	3,67	90-94	

B+	3,33	85-89	Хорошо
B	3,0	80-84	
B-	2,67	75-79	
C+	2,33	70-74	Удовлетворительно
C	2,0	65-69	
C-	1,67	60-64	
D+	1,33	55-59	
D-	1,0	50-54	
F	0	0-49	Неудовлетворительно

При проведении экзамена устанавливаются следующие критерии оценки знаний:

Оценка «отлично» – глубокие исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, твердое знание основных положений дисциплин: логически последовательные, содержательные, полные правильные и конкретные ответы на все вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы членов экзаменационной комиссии; использование в необходимой мере в ответах на вопросы материалов всей рекомендованной литературы.

Оценка «хорошо» – твердые и достаточно полные знания всего программного материала, правильное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений; последовательные, правильные, конкретные ответы на поставленные вопросы при свободном устранении замечаний по отдельным вопросам.

Оценка «удовлетворительно» – твердое знание и понимание основных вопросов программы, правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на поставленные вопросы при устранении неточностей и несущественных ошибок в освещении отдельных положений при наводящих вопросах экзаменаторов, при ответах на вопросы основная рекомендованная литература использована недостаточно.

Оценка «неудовлетворительно» – неправильный ответ хотя бы на один из основных вопросов, грубые ошибки в ответе, непонимание сущности излагаемых вопросов; неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы.